Пивенковой
Сергеевны
г. р. 31.0
11 к

89%

31б из 35

№11.1 Построить граф. ф-ции

$y=\sqrt{4\sin^4 x-2\cos 2x+3}+\sqrt{4\cos^4 x+2\cos 2x+}$

ООф $\begin{cases}4\sin^4 x-2\cos 2x+3\geq 0\\ 4\cos^4 x+2\cos 2x+3\geq 0\end{cases}$

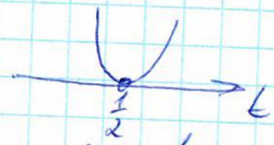
$\begin{cases}4\sin^4 x-4\sin^2 x+1>0\\ 4\cos^4 x+4\cos^2 x+1>0\end{cases}$

1) $4\sin^4 x-\cancel{2\sin x}+1>0$ Пусть $t=\sin^2 x$, тогда $t\in[0;1]$

$4t^2-4t+1>0$

$D=16-16=0$

$t=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$



$\sin^2 x\neq\frac{1}{2}$?

$\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$

$\frac{1-\cos 2x}{2}\neq\frac{1}{2}$

$1-\cos 2x\neq 1$

$\cos 2x\neq 0$ $2x\neq\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$ $x\neq\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}$

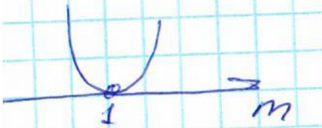
г) $4\cos^4 x + 4\cos^2 x + 1 > 0$

Пусть $m = \cos^2 x$, $m \in [0,1]$

$4m^2 + 4m + 1 > 0$

$D = 16 - 16 = 0$

$m = \frac{4}{4} = 1$



$\cos^2 x \neq 1$

?

$\frac{\cos 2x + 1}{2} \neq 1$

$\cos 2x + 1 \neq 2$

$\cos 2x \neq 1$

$2x \neq \pi n, n \in Z$ $x \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z$

ООФ. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z \\ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z \end{cases}$

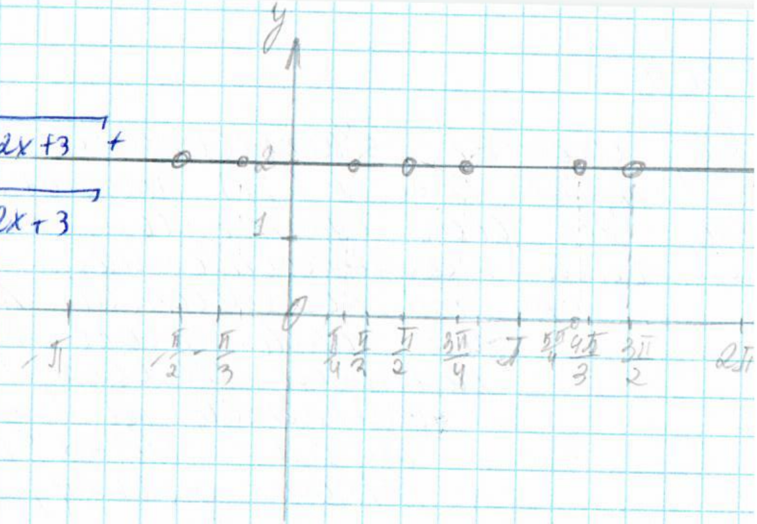
$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3} =$

$= \sqrt{4\sin^4 x - 4\sin^2 x + 1} + \sqrt{4\cos^4 x + 4\cos^2 x + 1} =$

$= \sqrt{(2\sin^2 x - 1)^2} + \sqrt{(2\cos^2 x + 1)^2} =$

$= |2\sin^2 x - 1| + 2\cos^2 x + 1 = 2(\sin^2 x + \cos^2 x) =$

$y=\sqrt{4\sin^4x-2\cos2x+3}+$
$+\sqrt{4\cos^4x+2\cos2x+3}$



№11.5.

$\frac{1}{a+b};\frac{1}{a+c};\frac{1}{b+c}$ - арифм. прогресси

$\frac{1}{a+b}+2d=\frac{1}{a+c}+d=\frac{1}{b+c}$

I $(a+b)(a+c)(b+c)=m$, тогда

$\frac{(a+c)(b+c)+2md}{m}=\frac{(a+b)(b+c)+dm}{m}=\frac{(a+b}{m}$

$\cancel{ab}+\cancel{ac}+\cancel{cb}+c^2+2md=\cancel{ab}+\cancel{ac}+b^2+\cancel{bc}+dm=a^2+ac$

$c^2+2md=b^2+dm=a^2$, т.е. числа

$c^2;b^2;a^2$ составляют арифм. прог
с разностью $=dm$, а значи

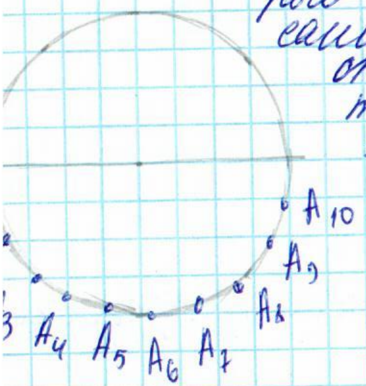
$a^2-2dm=b^2-dm=c^2$, т.е. числа

$a^2;b^2;c^2$ составляют арифм

прогрессию. Ответ: да, верно

№11.4.

Да, можно. Расположим 10 точек на окруж-ти $(O; r)$ таким образом, что все они будут в 1ой полуокружности. Если соединить любые 3 точки, то получится Δ у которого один угол будет вписанным углом, который опирается на дугу, которая $= 180° + \alpha$, а значит этот угол $(\varphi) = \frac{180° + \alpha}{2} =$



$= 90° + \frac{\alpha}{2}$, а значит угол φ - тупой.

11.3.

Обозначим гномов числами 1-10.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

любят слив.

любят шок.

2 случая

1) 3 4 5 6 7 8 9 10 слив.

2) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

шок. слив. фр.

1) Первый случай не имеет смысла, т.к. ~~если~~ бей гном не может быть правдивым, т.к. он поднял руку 3 раза, но любит только 1 сорт мороженого, но он не может быть лгуном, т.к. в этом случае это значит, что он не любит ни 1го сорта мороженого что противоречит условию задачи.

2) Все гномы, которые 2 раза подняли руку - лгуны, т.к. они могут любить 1 сорт мороженого. ⇒ правдивые 4 гнома.

Замечание. Для данной задачи не важно в каком порядке нумеровать гномов, т.к. от их положения ничего не зависит.

Ответ: 4 гнома.

7б

№11.2.

$a = 6^{31}$ $b = 6^{52}$

$a^{13} \cdot b^{31} = (6^{31})^{13} \cdot (6^{52})^{31} = 6^{31 \cdot 13} \cdot 6^{52 \cdot 31} = 6^{2015}$

403 1612

Ответ: $a = 6^{31}$, $b = 6^{52}$

7б

35б. — 100%

31б — ?%

89%

11 класс 60% Курин Ма
Павл

$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3}$

$\cdot \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3} =$

$= \sqrt{4\sin^4 x - 2(1 - 2\sin^2 x) + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2(\cos^2 x - 1) + 3} =$

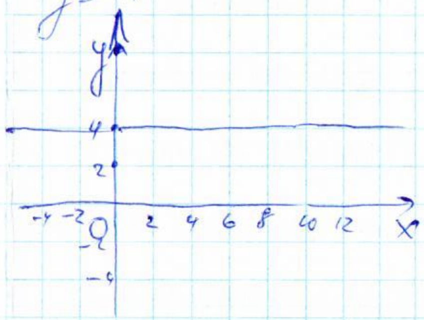
$= \sqrt{4\sin^4 x + 4\sin^2 x + 1} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos^2 x + 1} =$

$= \sqrt{(2\sin^2 x + 1)^2} + \sqrt{(2\cos^2 x + 1)^2} = 2\sin^2 x + 1 + 2\cos^2 + 1$

$= 4$

$y = 4$

4/5



$a^{13} \cdot b^{31} = 6^{2015}$

т. к. числа $\in n$ и $> 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6 = 2 \cdot 3 \quad a = 2 \quad b = 3$

$(2^x)^{13} \cdot (3^y)^{31} = 2^{2015} \cdot 3^{2015}$

$x = 155 \quad y = 65$

$a = 2^{155} \quad b = 3^{65}$

4/5

гномы / вкусы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Сливочное	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Шоколадное	+	+	+	+	+	−	−	−	−	−
Фруктовое	−	−	−	−	−	+	−	−	−	−

Т.к. все на первый вопрос о сливочном вкусе ответили что любят => либо все любят либо все лгут. т.к. на второй вопрос ответила половина что любят => т.о. 5 точно лжецов и на вопрос №3 они ответят что не любят, => осталась половина ответившая что любит сливочное мороженое => а т.к. один из них ответил что любит фруктовое значит у него 2 ответ => он лжец => 4 гнома говорящих правду.

7б

№11.5

$\frac{1}{a+b}$; $\frac{1}{a+c}$; $\frac{1}{b+c}$ — арифметическая прогрессия =>

~~если прогрессия~~

=> $b+c$ $a+c$

=> если прогрессия ↑, то $\frac{1}{b+c} < \frac{1}{a+c}$; $\frac{1}{a+c} < \frac{1}{a+b}$

$b+c > a+c$; $a+c > a+b$

$b > a$ $c > b$

0б

11.4

I II III IV V VI VII VIII IX X

Да, можно. Пример на рисунке выше:

?

0б

35 б. — 100%

21б — ?

60%

7б.

$b^2 - \cancel{cb} + \cancel{cb} - c^2 = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2$

$2b^2 = a^2 + c^2$

$b^2 = \frac{a^2+c^2}{2}$, т.к. по св-ву арифмет. прогрес.

$b_n = \frac{b_{n+1}+b_{n-1}}{2}$ { член арифм. прогрес. равен ср. арифмет. двух сосед. членов, тогда a^2, b^2, c^2 – арифметическая прогрессия.

Ответ: верно.

Бурачек

Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 11 класс.

60%

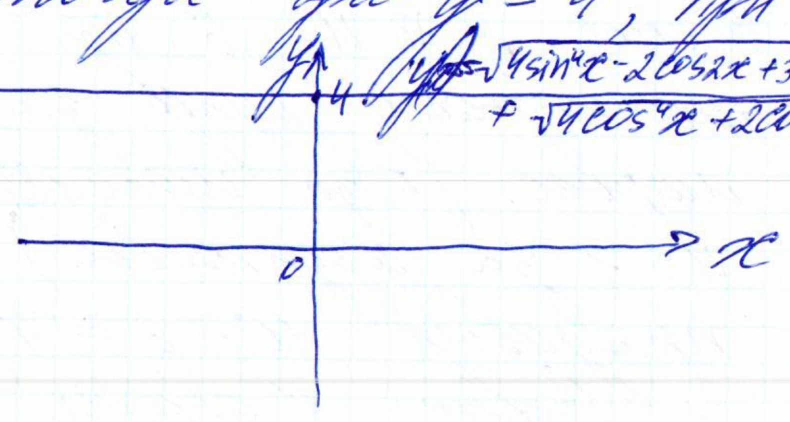
21б из 3

№1

$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 3}$, т.к. $(\sin x) \in [-1; 1]$ и $(\cos x) \in [-1; 1]$ и при $\sin x = 1$, то $\cos x =$ получается $\sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3}$ $\in [1; 3]$ и $\sqrt{4\sin^4 x + 2\cos 2x}$ $\in [1; 3]$ и при $\sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3}$ то $\sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3} = 3$, тогда ~~при~~ $y = 4$, при x

0б

$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x}$



№2

$a^{13} \cdot b^{31} = 6^{2015} = (3 \cdot 2)^{2015}$

$a^{13} \cdot b^{31} = 3^{2015} \cdot 2^{2015}$, тогда

$(3^{65})^{31}$ и $(2^{155})^{13}$

$2015 : 31 = 65$ (-186, 155, -155, 0)

$2015 : 13 = 155$ (-13, 71, -65, 65, -65, 0)

$a^{13} \cdot b^{31} = (2^{155})^{13} \cdot (3^{65})^{31} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 2^{155}$; $b = 3^{65}$, где a и $b \in N$ и $\neq 1$.

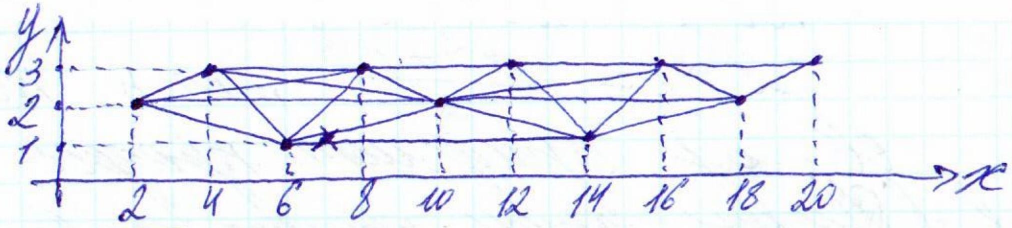
Ответ: 2^{155}; 3^{65}.

№3

Т.к. все сказали, что любят сливочное мороженое, а 6 из них ~~но~~ подняли руку за другое морож. (5 за шоколадное и 1 за фруктовое), тогда правдивых $10 - 6 = 4$ (гнома)

Ответ: 4 гнома

№4



При таком расположении 10-и точек, любые три из них будут вершинами тупоугольного треугольника

Об

почему тупоуг.

Ответ: да

№5 b_n — арифметическая прогрессия, где $b_1 = \frac{1}{a+b}$; $b_2 = \frac{1}{a+c}$; $b_3 = \frac{1}{b+c}$, тогда

$d = b_2 - b_1$ и $d = b_3 - b_2$

d — разность прогресии.

$d = \frac{1}{a+c} - \frac{1}{a+b} = \frac{a+b-a-c}{(a+b)(a+c)}$

$d = \frac{1}{b+c} - \frac{1}{a+c} = \frac{a+c-b-c}{(a+c)(b+c)}$

$\frac{b-c}{(a+b)(a+c)} = \frac{a-b}{(a+c)(b+c)}$